

本文引用格式: 刘雅宁,李江林.一种基于核支持向量机的盲均衡算法[J].自动化与信息工程,2025,46(3):17-22.

LIU Yaning, LI Jianglin. A blind equalization algorithm based on kernel support vector machine[J]. Automation & Information Engineering, 2025,46(3):17-22.

一种基于核支持向量机的盲均衡算法

刘雅宁 李江林

(北京中电华大电子设计有限责任公司, 北京 102209)

摘要: 针对信道传输特性不理想导致的码间串扰问题, 提出一种基于核支持向量机的盲均衡算法。该算法将恒模算法的误差函数引入支持向量机的代价函数中, 改善了恒模算法在非线性信道下易产生相位偏移的问题; 利用小波函数构造支持向量机的核函数, 降低了求解非线性问题的运算复杂度, 进一步提升了盲均衡算法的运算效率。仿真测试结果表明, 与恒模算法、采用 Sigmoid 核函数的核支持向量机相比, 采用小波函数作为核函数的核支持向量机收敛速度更快; 且基于此种核支持向量机的盲均衡算法分类准确度更高。

关键词: 盲均衡; 核支持向量机; 恒模算法; 小波函数; 码间干扰

中图分类号: TN911.5

文献标志码: A

文章编号: 1674-2605(2025)03-0003-06

DOI: 10.12475/aie.20250303

开放获取

A Blind Equalization Algorithm Based on Kernel Support Vector Machine

LIU Yaning LI Jianglin

(CEC Huada Electronic Design Co., Ltd., Beijing, Beijing 102209, China)

Abstract: To address the inter-symbol interference (ISI) caused by non-ideal channel transmission characteristics, a blind equalization algorithm based on kernel support vector machines (SVM) is proposed. This algorithm introduces the error function of the constant modulus algorithm (CMA) into the cost function of the support vector machine, mitigating the phase offset issue of CMA in nonlinear channels. By constructing the SVM kernel function using wavelet functions, the computational complexity of solving nonlinear problems is reduced, further improving the computational efficiency of the blind equalization algorithm. Simulation results demonstrate that compared to the constant modulus algorithm and SVM with Sigmoid kernel functions, the SVM with wavelet kernel functions exhibits faster convergence speed. Moreover, the blind equalization algorithm based on this kernel SVM achieves higher classification accuracy.

Keywords: blind equalization; kernel support vector machine; constant modulus algorithm; wavelet function; inter-symbol interference

0 引言

在无线通信过程中, 信道时延、噪声、多径衰落等现象均可能导致码间串扰或信道间干扰, 影响信号恢复质量。抑制码间串扰常用的方法是利用均衡器在接收端对信道特性进行补偿, 从而保证信号高质量传输。传统的自适应均衡器需要在传输信号中插入一段已知的训练序列, 接收端通过分析训练序列的变化来跟踪信道状态信息, 并据此调整均衡器系数。但训练序列无法传输有效信息, 挤占资源, 降低了

带宽利用率。而盲均衡算法无需借助训练序列, 仅利用接收信号的先验信息即可恢复传输信号, 既能有效抑制码间串扰, 又能提升信道利用率, 在无线通信领域应用广泛。

传统的盲均衡算法主要包括基于 Bussgang 类算法, 如恒模算法, 其复杂度低、鲁棒性好, 但存在收敛速度慢及相位偏差校正困难等问题^[1-2]; 基于高阶统计量算法, 其收敛速度快, 但计算量大且复杂, 在工程实践中应用较少^[3]。

支持向量机 (support vector machine, SVM) 的凸二次规划特性, 较好地克服了 Bussgang 类盲均衡算法的局部极值问题。文献[4]首次将 SVM 的迭代重加权二次规划算法应用于通信系统, 以解决盲均衡算法的局部极值问题, 但由于二次规划算法的计算复杂度较高, 不适用于工程实践。

基于 SVM 的盲均衡算法的基本思路是将恒模算法的误差函数引入 SVM 的代价函数中, 以提升算法的收敛速度, 解决局部极值问题。文献[5]提出一种基于改进 SVM 的恒模盲均衡算法, 利用 SVM 初始化均衡器系数; 利用恒模算法计算均衡系数, 计算量较小, 更适用于低速率的水声信道。文献[6]提出一种多输入多输出系统的盲源分离与均衡算法, 以 SVM 为框架, 利用信号的恒模特性改进代价函数, 在线性信道下对正交幅度调制 (quadrature amplitude modulation, QAM) 信号恢复具有较好的性能, 但在处理非线性信号时性能有所下降。

此外, SVM 通过核技巧可将低维空间的非线性问题转化为高维空间的线性问题, 在几乎不增加计算量的情况下, 解决了非线性信道下的均衡问题。然而, 核 SVM 的性能受核函数的影响较大。

本文利用小波函数构造 SVM 的核函数, 不仅提高了盲均衡算法的收敛速度, 还提升了相同数据样本的分类效果, 有效增强了盲均衡算法的鲁棒性。

1 相关内容

1.1 系统结构

假设信源序列 s_i 为独立同分布的二进制序列, 经过冲激响应 h_k 的信道, 同时引入均值为 0 的加性高斯白噪声 n_i , 则接收机接收的信号 z_i 为

$$z_i = s_i * h_k + n_i \quad (1)$$

式中: $*$ 为卷积运算。

将 z_i 作为均衡器的输入信号, 则均衡器的输出信号 \tilde{X} 可表示为

$$\tilde{X} = ZW^T \quad (2)$$

式中: $W = (w_1, w_2, \dots, w_M)$ 为 M 阶均衡器的系数。

恒模算法的代价函数为

$$J_{\text{CMA}} = E \left\{ \left(|\tilde{x}_i|^2 - R_2 \right)^2 \right\} \quad (3)$$

式中: $R_2 = E(|s_i|^4) / E(|s_i|^2)$, $E(|s_i|^4)$ 、 $E(|s_i|^2)$ 分别为信源序列 s_i 的四阶矩、二阶矩。

利用梯度下降法不断迭代, 减小恒模算法的代价函数, 得到代价误差函数为

$$e_i = 1 - |W^T Z|^2 \quad (4)$$

根据 SVM 理论, 期望求得一个最优超平面 $y = wz + b$, 使每个样本点到该超平面的几何间隔最大。根据结构风险最小化原则, 基于 SVM 的盲均衡算法的代价函数表示为

$$J_{\text{SVM}}(W) = \frac{1}{2} \|w\|^2 + C \sum_{i=1}^N |e_i|_{\varepsilon} \quad (5)$$

式中: $C > 0$ 为惩罚因子; $|e_i|_{\varepsilon} = \max\{0, |e_i| - \varepsilon\}$, ε 为均衡器精度; N 为样本总数。

然而, 并非所有的样本都是线性可分的。为此, 引入松弛变量 ξ_i 和 $\tilde{\xi}_i$, 则 SVM 的代价函数可重写为

$$J_{\text{SVM}}(W) = \frac{1}{2} \|w\|^2 + C \sum_{i=1}^N (\xi_i + \tilde{\xi}_i) \quad (6)$$

求解 SVM 的代价函数最小时的 w , 即

$$\min J_{\text{SVM}}(W) = \frac{1}{2} \|w\|^2 + C \sum_{i=1}^N (\xi_i + \tilde{\xi}_i) \quad (7)$$

$$\text{s.t. } \hat{x}_i \cdot (w^T z) - 1 \geq \xi_i + \varepsilon \quad (8)$$

$$1 - \hat{x}_i \cdot (w^T z) \leq \tilde{\xi}_i + \varepsilon \quad (9)$$

$$\xi_i, \tilde{\xi}_i, \varepsilon \geq 0 \quad (10)$$

式中: $\hat{x}_i \in \{-1, 1\}$ 为均衡器输出的判决恢复信号。

公式(7)~(10)是一个凸二次规划问题, 因此关于 w 的解是存在的。为方便求解, 将公式(7)~(10)转化为拉

格朗日对偶问题，其拉格朗日函数为

$$L(w, \xi, \tilde{\xi}, a, \tilde{a}, \gamma, \tilde{\gamma}) = \frac{1}{2} \|w\|^2 + C \sum_{i=1}^N (\xi_i + \tilde{\xi}_i) - \sum_{i=1}^N a_i [1 - \hat{x}_i(w^T z) + \xi_i + \varepsilon] - \sum_{i=1}^N \tilde{a}_i [\hat{x}_i(w^T z) - 1 + \tilde{\xi}_i + \varepsilon] - \sum_{i=1}^N (\gamma_i \xi_i + \tilde{\gamma}_i \tilde{\xi}_i) \quad (11)$$

式中： $a, \tilde{a}, \gamma, \tilde{\gamma}$ 为拉格朗日乘子。

对 $L(w, \xi, \tilde{\xi}, a, \tilde{a}, \gamma, \tilde{\gamma})$ 求偏导，先最小化求解 $w, \xi_i, \tilde{\xi}_i$ ，再最大化求解 $a_i, \tilde{a}_i, \gamma_i, \tilde{\gamma}_i$ ，最后得到均衡器的系数为

$$w = \sum_{i=1}^N (\tilde{a}_i - a_i) \hat{x}_i z_i \quad (12)$$

通过最大化公式(13)，可求得拉格朗日乘子：

$$W(a, \tilde{a}) = \sum_{i=1}^N (\tilde{a}_i - a_i) - \varepsilon \sum_{i=1}^N (\tilde{a}_i + a_i) - \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^N (\tilde{a}_i - a_i) (\tilde{a}_j - a_j) \hat{x}_i \hat{x}_j \langle z_i \cdot z_j \rangle \quad (13)$$

式中： $\langle z_i \cdot z_j \rangle$ 为均衡器输入信号 z 的内积。

1.2 核函数

上述分析主要针对线性信道。然而，在实际通信系统中，存在着大量的非线性信道。非线性信号难以通过简单的线性划分来恢复。SVM的核技巧能够解决非线性问题，且应用简单。其利用一个核函数替代公式(13)中的内积运算 $\langle z_i \cdot z_j \rangle$ ，可将原特征空间的非线性数据映射到一个高维的特征空间，从而将低维空间的非线性问题转化为高维空间的线性问题，且算法其他部分均保持不变。

定义1 设 z 为输入空间(欧氏空间 R^n 的子集或离散集合)， \mathcal{H} 为特征空间(希尔伯特空间)，如果存

在一个从 Z 到 \mathcal{H} 的映射 $\phi(z): Z \rightarrow \mathcal{H}$ ，使得对所有 $z, z' \in Z$ ，函数 $K(z, z')$ 满足条件：

$$K(z, z') = \phi(z) \cdot \phi(z') \quad (14)$$

则称 $K(z, z')$ 为核函数， $\phi(z)$ 为映射函数， $\phi(z) \cdot \phi(z')$ 为 $\phi(z)$ 与 $\phi(z')$ 的内积。

SVM中常用的核函数包括但不限于以下几类：

1) 高斯核函数

$$K(z, z') = e^{-\frac{\|z-z'\|^2}{\sigma^2}} \quad (15)$$

2) 多项式核函数

$$K(z, z') = [(z \cdot z') + p]^q \quad (16)$$

3) Sigmoid核函数

$$K(z, z') = \tanh[k(z \cdot z') + v] \quad (17)$$

核函数的选择会影响SVM的性能，不同的核函数意味着将数据映射到不同的向量空间。不恰当的核函数可能导致SVM陷入局部极值问题，降低分类准确度^[8-11]。选择恰当的核函数不仅有助于提升算法性能，还可能降低计算复杂度。但核函数的选择没有特定规律，通常需要结合具体问题进行分析。

2 小波核函数

2.1 小波变换

傅里叶变换在处理突变信号等非平稳问题时，无法有效反映频率随时间的变化。短时傅里叶变换通过加窗的方式将整个时域分割成多个等间隔的小区间，每个小区间内的信号近近平稳。但窗口宽度会影响时间分辨率，且高频、低频信号适合的窗口宽度不同。然而，短时傅里叶变换的窗口宽度是固定的，无法兼顾不同频率的信号，具有一定的局限性。

不同于傅里叶变换，小波变换的基函数不是正弦波，其长度有限，能量集中于某一点附近，且积分值为0。小波基函数包含伸缩因子和平移因子2个变量。其中，伸缩因子对应于频率，平移因子对应于时间，

可以灵活缩放, 实现了类似于短时傅里叶变换中改变窗口宽度的功能, 有效弥补了傅里叶变换的局限性。

小波变换表达式为

$$WT(a, \tau) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot \Psi\left(\frac{t-\tau}{a}\right) dt \quad (18)$$

式中: a 为伸缩因子; τ 为平移因子; $\Psi(t)$ 为母小波函数, 需满足平方可积特性, 且 $\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0$ 。

由以上分析可知, 小波变换通过改变伸缩因子和平移因子, 可以对信号进行多尺度分析。其既可以描述信号的整体, 也可以聚焦信号的某一特定细节(某个或若干个频率), 具有较强的灵活性。

2.2 基于小波函数构造 SVM 核函数

为了提升盲均衡算法的性能, 利用小波函数的多尺度分析、多分辨率等特点, 构造 SVM 的核函数。

核函数具有对称性, 需要满足 Mercer 定理^[7]。

定理 1 (Mercer 定理): 对于平方可积空间上的任意对称函数 $K(z, z')$ 为某特征空间中的内积运算, 能够以正系数 a_k 展开为

$$K(z, z') = \sum_{i=1}^{\infty} a_i \varphi_i(z) \varphi_i(z') \quad (19)$$

其充分必要条件是对于所有 $\varphi(z) \neq 0$ 且 $\int \varphi^2(z) dz < \infty$ 的函数 $\varphi(z)$, 有

$$\iint K(z, z') \varphi_i(z) \varphi_i(z') dz dz' > 0 \quad (20)$$

以墨西哥帽小波函数为例:

$$\Psi(z) = (1 - z^2) e^{-\frac{z^2}{2}} \quad (21)$$

定理 2^[12] 假设母小波函数为 $\psi(z)$, a 为伸缩因子, τ 为平移因子, $z, a, \tau \in R$ 。对于 $z, z' \in R^N$, 满足 Mercer 定理的点积形式的小波核函数为

$$K(z, z') = \prod_{i=1}^N \Psi\left(\frac{z_i - \tau_i}{a}\right) \Psi\left(\frac{z'_i - \tau'_i}{a}\right) \quad (22)$$

以及满足平移不变的小波核函数为

$$K(z, z') = \prod_{i=1}^N \Psi\left(\frac{z_i - z'_i}{a}\right) \quad (23)$$

二者均为可被允许的 SVM 的核函数。

根据以上分析可知, 墨西哥帽小波函数的核函数为

$$K(z, z') = \prod_{i=1}^N \left(1 - \frac{(z_i - z'_i)^2}{a^2}\right) e^{-\frac{\|z_i - z'_i\|^2}{2a^2}} \quad (24)$$

采用墨西哥帽小波函数作为核函数^[13], 替代公式 (13) 中的内积运算 $\langle z_i \cdot z_j \rangle$, 构造基于墨西哥帽小波函数的核 SVM, 相当于求解以下问题:

$$\max_{a, \tilde{a}} \sum_{i=1}^N (\tilde{a}_i - a_i) - \varepsilon \sum_{i=1}^N (\tilde{a}_i + a_i) - \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^N (\tilde{a}_i - a_i)(\tilde{a}_j - a_j) \hat{x}_i \hat{x}_j K(z, z') \quad (25)$$

$$\text{s.t.} \quad 0 \leq \tilde{a}_i, a_i \leq C \quad (26)$$

最终求得均衡器的输出为

$$y_i = \sum_{i=1}^N (\tilde{a}_i - a_i) \hat{x}_i z_i K(z, z') \quad (27)$$

3 仿真测试

本文利用 MATLAB 对基于核 SVM 的盲均衡算法进行仿真测试。仿真测试环境: Intel(R) Core(TM) i5-10210U 1.60 GHz, Windows 11 64 bit, MATLAB R2019a。

以正交相移键控 (quadrature phase shift keying, QPSK) 信号为例, 添加信噪比为 10 dB 的高斯白噪声, 在非线性信道下进行仿真测试, 信道冲激响应为 $[-0.1089 + j0.1465 - 0.0223 + j0.2897 - 0.0152 - j0.4778]$ 。

3.1 核函数对 SVM 收敛速度的影响

核函数影响 SVM 性能的一种直观表现为算法的收敛速度。本文以均方误差 (mean square error, MSE) 作为评估指标, 对比采用 Sigmoid 函数和墨西哥帽小波函数作为核函数的 2 种核 SVM 的算法收敛速度。

MSE 的计算公式为

$$\sigma_{\text{MSE}} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (y_n - s_n)^2 \quad (28)$$

式中： y_n 为接收端解调比特， s_n 为发送端原始比特。

采用 Sigmoid 函数和墨西哥帽小波函数作为核函数的 2 种核 SVM 的 MSE 收敛曲线如图 1 所示。

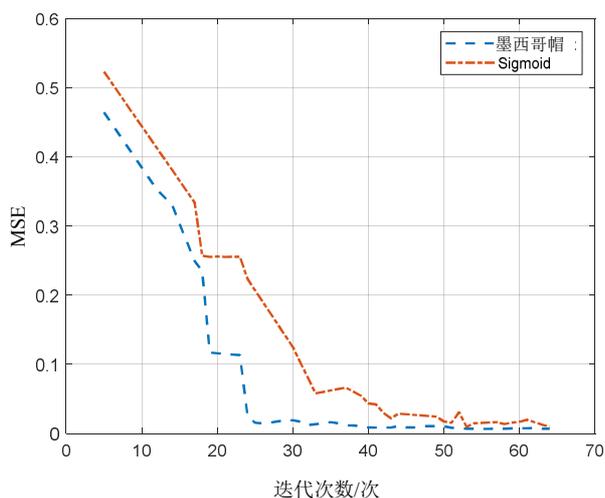


图 1 2 种核 SVM 的 MSE 收敛曲线对比图

由图 1 可知：采用墨西哥帽小波函数作为核函数的核 SVM 的 MSE 曲线下降速度更快，在迭代约 25 次时已基本收敛，后续曲线也较平稳；而采用 Sigmoid 函数作为核函数的核 SVM 在迭代约 40 次时才收敛，且在 50~55 次迭代区间出现了轻微抖动，表明采用墨西哥帽小波函数作为核函数的核 SVM 收敛速度更快，性能更稳定。

3.2 算法分类性能比较

星座图是一种能够直观表现信号间关系的分析工具。当星座图中的点越向中心点聚合，且离散点数量越少时，说明分类效果越好。本文分别通过恒模算法、采用 Sigmoid 函数作为核函数的核 SVM 盲均衡算法、采用墨西哥帽小波函数作为核函数的核 SVM 盲均衡算法对同一组数据样本进行仿真，所得结果的星座图分别如图 2~4 所示。

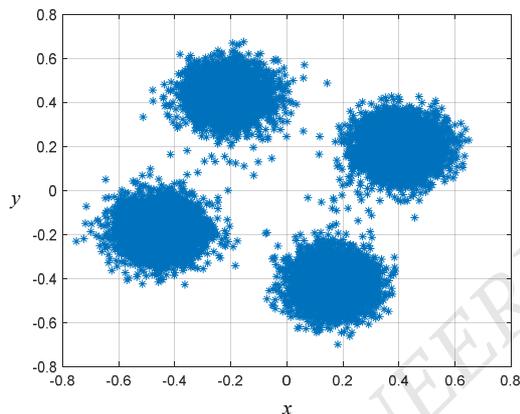


图 2 采用恒模算法均衡后的星座图

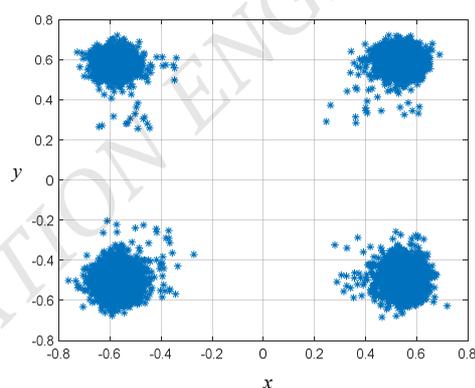


图 3 采用 Sigmoid 函数作为核函数的核 SVM 盲均衡算法均衡后的星座图

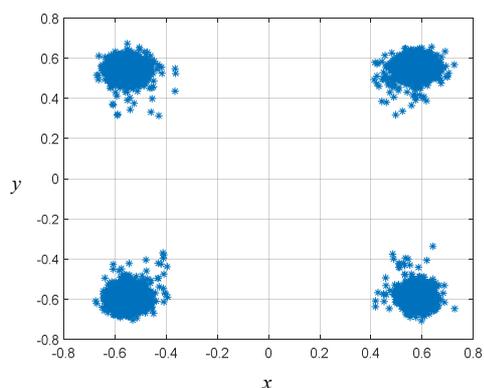


图 4 采用墨西哥帽小波函数作为核函数的核 SVM 盲均衡算法均衡后的星座图

对比图 2~4 可以看出：图 2 的星座图相位分布较清晰，但存在明显的相位偏移，这是由于恒模算法的误差函数仅与接收信号的幅值相关，难以恢复由非线性信道引发的相位偏移；图 3 的星座图聚类边缘清晰，

相位偏移得到校正, 仅存在少量的离散点; 图 4 的星座图聚类在预期位置, 不仅较好地纠正了相位偏移, 而且离散点数量明显减少, 表明采用墨西哥帽小波函数作为核函数的核 SVM 盲均衡算法, 比恒模算法、采用 Sigmoid 函数作为核函数的核 SVM 盲均衡算法的分类准确度更好。

4 结论

本文提出一种基于核 SVM 的盲均衡算法, 将恒模算法的误差函数引入 SVM 的代价函数中, 并利用小波函数构造核函数。通过对非线性信道下的 QPSK 信号的仿真测试结果表明, 采用小波函数作为核函数的核 SVM 盲均衡算法收敛速度更快, 分类准确度更高。然而, 本文在仿真阶段采用人工方式筛选核函数参数, 耗时较长, 后续研究拟引入自适应参数优化等方法, 降低参数选择的工作量, 进一步提升算法效率。

©The author(s) 2024. This is an open access article under the CC BY-NC-ND 4.0 License (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>)

参考文献

- [1] GODARD D. Self-recovering equalization and carrier tracking in two-dimensional data communication systems[J]. IEEE Transactions on Communications, 1980,28(11):1867-1875.
- [2] SUN J, LI X, CHEN K, et al. A novel cma+ dd_lms blind equalization algorithm for underwater acoustic communication [J]. The Computer Journal, 2020,63(6):974-981.
- [3] WANG G, KAPILAN B, RAZUL S G, et al. Blind equalization in the presence of co-channel interference based on higher-order

作者简介:

刘雅宁, 女, 1989 年生, 硕士研究生, 工程师, 主要研究方向: 通信算法及信号处理。E-mail: liuxiaoduoduoduo@qq.com
李江林, 男, 1984 年生, 硕士研究生, 主要研究方向: 通信算法及信号处理。

statistics[J]. Circuits, Systems, and Signal Processing, 2018, 38(9):4150-4161.

- [4] SANTAMARIA I, PANTALEON C, VIELVA L, et al. Blind equalization of constant modulus signals using support vector machines[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2004, 52(6):1773-1782.
- [5] 童峰, 许肖梅, 方世良, 等. 改进支持向量机和常数模算法水声信道盲均衡[J]. 声学学报, 2012, 37(2):143-150.
- [6] SUN C, Yang L, Du J, et al. Blind source separation and equalization based on support vector regression for MIMO systems[J]. IEICE Transactions on Communications, 2018, 101(B):698-708.
- [7] CORTES C, VAPNIK V. Support-vector networks[J]. Machine Learning, 1995,20(3):273-297.
- [8] 梁礼明, 钟震, 陈召阳. 支持向量机核函数选择研究与仿真[J]. 计算机工程与科学, 2015, 37(6):1135-1141.
- [9] SLOAN I H, WOZNIAKOWSKI H. Multivariate approximation for analytic functions with Gaussian kernels[J]. Journal of Complexity, 2018, 45:1-21.
- [10] PANDE C B, KUSHWAHA N L, ORIMOLOYE I R, et al. Comparative assessment of improved SVM method under different kernel functions for predicting multi-scale drought index[J]. Water Resources Management, 2023, 37(3):1367-1399.
- [11] 郑强. 基于 K 均值聚类和支持向量机的电梯层门腐蚀等级评估[J]. 机电工程技术, 2025, 54(8):178-181;185.
- [12] ZHANG Q, ZHOU W, JIAO L. Wavelet support vector machine[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, 2004, 34(1):34-39.
- [13] DONG L, LIAO J. Wavelet kernel function based multiscale LSSVM for elliptic boundary value problems[J]. Neurocomputing, 2019, 356:40-51.